

Construire des connaissances spatiales et géométriques

Source : Enseigner les mathématiques à l'école (Thierry Diaz , Magnard éditions)

Espace et géométrie : des connaissances distinctes, mais très liées.

Il est primordial de distinguer deux types de connaissances : les connaissances spatiales et les connaissances géométriques ; la différence entre les deux est le passage de l'espace qui nous entoure à sa représentation sur une feuille de papier ou un écran.

Les connaissances spatiales :

Les connaissances spatiales sont celles qui permettent à un individu de contrôler les relations qui l'unissent à l'espace environnant, c'est-à-dire ses capacités à :

- Reconnaître, décrire et construire un espace de vie ou de déplacement
- Déplacer, trouver et communiquer la position d'objets extérieurs à lui
- Reconnaître, décrire, fabriquer ou transformer des objets.

L'acquisition des connaissances spatiales se fait essentiellement par **l'expérience individuelle dans notre environnement** alors que les connaissances géométriques doivent être enseignées. Autrement dit, si l'on crée des situations adéquates, les élèves acquerront les premières de manière quasiment autonome. Les secondes nécessitent des situations d'apprentissages dédiées.

Ces connaissances se bâtissent par imitation, puis se consolident par la mise en mots des repères spatiaux, d'abord oralement puis par écrit. **Ces interactions sont d'autant plus efficaces qu'elles sont finalisées.**

Une situation d'apprentissage efficace est par exemple un jeu d'orientation où on suit quelqu'un, puis des instructions, ou encore on doit donner des instructions à quelqu'un d'autre, pour trouver un trésor.

Elles doivent être acquises avant les connaissances géométriques. (d'où leur ordre d'apparition dans les programmes). Or, pour de nombreux élèves, ce

passage de l'espace au plan est trop rapide, d'où leurs difficultés en géométrie.

Les connaissances géométriques

Contrairement aux connaissances spatiales qui s'acquièrent dans l'espace sensible qui entoure l'individu, les connaissances géométriques se construisent dans un **espace modélisé** (feuille de papier ou écran), qui comprennent des **représentations virtuelles**. Ce n'est plus l'expérience mais **le raisonnement et la théorie** qui sont sollicités pour valider ou réfuter. Par exemple, on peut valider qu'une figure est un triangle parce que c'est un polygone qui a 3 côtés.

Les connaissances géométriques qui sont à acquérir par nos élèves sont de deux types : **des objets et des relations**. Par exemple, la notion de triangle et celle de parallélisme.

La problématique la plus importante est que la géométrie est basée sur des **concepts abstraits**. Par exemple, la figure géométrique du triangle est définie par des propriétés. C'est **le signifié**. Quand on trace sur une feuille une des représentations de ce concept, on ne dessine qu'un triangle particulier. C'est **un signifiant**.

A l'école, on introduit la géométrie par de nombreux signifiants bien avant d'aborder le signifié. La richesse des milieux d'apprentissages que l'on propose à nos élèves est fondamentale ; **ils doivent pouvoir faire de nombreuses expériences sensorimotrices avant de commencer à tracer des triangles et des perpendiculaires.**

Enseigner la géométrie

La géométrie, comme les autres domaines des mathématiques à l'école, relève des mêmes démarches d'enseignement.

1. Il est nécessaire de **proposer des problèmes à résoudre**, de créer des milieux antagonistes et de provoquer des apprentissages par adaptation. (Approche essai-erreur, mise en commun, mise en mots et acquisition du langage adéquat). La mission de l'enseignant est de **montrer que les connaissances géométriques vont être utiles pour résoudre des problèmes**.
 - Au cycle 1, ce sont les connaissances spatiales qui sont surtout travaillées à travers des problèmes d'exploration de l'espace.
 - Au cycle 2, on commence à se détacher de cet espace sensible pour commencer à représenter l'espace environnant sur un plan, avec ses symboles et ses règles. On apprend également à utiliser la règle, l'équerre puis le compas, qui permettent aux élèves d'aller progressivement vers le monde abstrait des figures et de leurs propriétés.
 - Au cycle 3, on quitte définitivement le monde réel pour aller vers sa modélisation. On rentre dans la notion de concept. On apprend à maîtriser aussi les conventions symboliques de la géométrie.
2. Ne jamais oublier que **l'enseignement est spiralaire** et qu'il faut toujours situer les nouvelles connaissances par rapport à ce qu'on sait déjà faire.
3. **La manipulation et l'expérimentation** sont essentielles car elles permettent de montrer aux élèves qu'ils savent faire des choses, même lorsqu'ils ne savent pas l'expliquer avec des mots. Elles permettent également d'accéder à des concepts mathématiques comme par exemple les arêtes et les sommets ou encore le parallélisme dans l'espace.
4. Il faut avoir en tête différents obstacles à l'apprentissage en géométrie : (ref aux travaux de Brousset)
 - **Les obstacles épistémologiques** : un savoir est en rupture avec ceux qui le précédait (par exemple , un carré est un rectangle)
 - **Les obstacles didactiques** : matériel non adapté, manque de phase d'expérimentation sensorielle, passage trop rapide de l'espace au plan ...

La dimension psychologique

(ref aux travaux de Piaget)- [p199 à 202]

Le développement cognitif conduit progressivement l'enfant à passer d'une intelligence sensorimotrice à une intelligence représentative. Le système mathématique de représentation de l'espace le plus connu étant le système cartésien, qui utilise un système de coordonnées.

Difficultés et troubles dans les apprentissages en géométrie

Les difficultés d'apprentissage :

- **Le manque d'expérience dans le spatial :** Certains enfants n'ont pas assez accès à des expériences d'exploration en dehors de l'école : le rôle de l'école est de leur proposer ces situations de repérage et de déplacement dans plusieurs milieux (d'abord proches puis progressivement éloignés)
- **Une mise en mots difficile en géométrie :** Le vocabulaire géométrique est varié, parfois spécifique, parfois polysémique. La mise en place de situations de communication en géométrie est une stratégie didactique intéressante. (Exemple : par binôme, un émetteur et un récepteur ; par oral ou à l'écrit, l'émetteur décrit une figure pour que le récepteur la distingue parmi deux figures proches.)
- **L'incompréhension des conventions :** Les conventions doivent toujours être explicitées. Par exemple, on dessine un petit carré pour indiquer un angle droit parce que le carré a 4 angles droits.
- **Les difficultés motrices :** Les compétences géométriques ne se réduisent pas à des tracés précis. Un élève qui a des difficultés en motricité fine peut avoir tout à fait compris le concept d'angle droit mais pas du tout le montrer lorsqu'il doit tracer une figure.
- **Les difficultés liées à l'enseignement :** Voir une figure dessinée au tableau ne suffit pas, surtout en géométrie. Certains élèves ont besoin de faire de nombreuses séances de tracé, en utilisant des instruments ou pas, pour accéder au concept. Se référer à des stéréotypes représentatifs (par exemple, le carré avec des côtés parallèles aux bords de la feuille) ne permet pas de passer au concept géométrie.

Les troubles d'apprentissage :

(Contrairement aux difficultés, ils sont durables et nécessitent des processus de compensation)

- **Les dyspraxies motrices** sont des troubles de la praxie, une des fonctions cognitives qui concerne la maîtrise de tous les gestes. (incapacité à écrire dans les interlignes, à repasser un objet en suivant un trait, et donc à réaliser des tracés précis...) Pour ces élèves, l'entraînement et la répétition aggravent le handicap car provoquent un sentiment de dévalorisation. Des adaptations matérielles sont nécessaires.
- **Les dyspraxies visuo-spatiales** se manifestent par la double incapacité à contrôler le mouvement de ses yeux et à s'organiser et à se repérer dans l'espace. Ces enfants sont incapables d'analyser des figures complexes.
- **Les troubles de la mémoire** portent atteinte à l'accès au vocabulaire conséquent en géométrie et aux procédures permettant de construire les figures. Le recours à des aides-mémoire est alors nécessaire.
- **Les troubles des fonctions exécutives** (planification, structuration, raisonnement) perturbent l'accès à la conceptualisation, à la notion de programme de construction. Des tâches très structurées et une aide pour suivre et comprendre les étapes sont indispensables à ces élèves.
- **Les troubles perceptifs**, et notamment les déficiences visuelles, peuvent être très pénalisants en géométrie. Le registre du geste et du toucher doit être sollicité prioritairement.

Quelques idées pour un enseignement adapté de la géométrie

Un premier niveau d'étayage , destiné à tous les élèves : **les ressources environnementales**

1. **Proposer des artefacts** (objet assurant une représentation concrète d'un concept géométrique) . Exemple : Pièces en plastiques (Polydron®) ou baguettes et connecteurs pour comprendre les propriétés des solides usuels. L'objectif pour l'enseignant est que les objets avec lesquels les élèves jouent deviennent des objets avec lesquels ils apprennent. Ex : « je peux construire une pyramide avec une base carrée, une autre pyramide avec une base rectangle, une autre avec une base triangle. »
2. **S'appuyer sur la collaboration entre pairs.** Exemple : élaboration de programme de construction de figures complexes à plusieurs.
3. Proposer des **tâches très structurées** ou avec des **validations d'étapes intermédiaires** très fréquentes

Un deuxième niveau d'étayage : **des instruments adaptés**

1. A minima, pour tous les élèves , **du matériel de qualité** , dédié aux activités de géométrie, fourni par l'école et qui reste dans la classe.
2. Pour les élèves avec des troubles spécifiques, prendre **l'appui d'un ergothérapeute** ou encore aller voir sur le **site Hop Toys** (www.hoptoys.fr)
3. Utiliser **GeoGebra**, avec un gros travail de préparation en amont pour que le logiciel soit un outil de compensation et non un jeu